Lista6 MP rozwiązania  
  
Zadanie 1.   
Przypomnij sobie definicję funkcji map.   
Następnie pokaż, że dla dowolnych funkcji f i g oraz listy xs zachodzi   
   
Możesz założyć, że funkcje f i g poprawnie obliczają się do wartości dla dowolnego argumentu.  
  
Podstawa indukcji: xs - lista pusta  
Wtedy Zatem   
  
Krok indukcyjny  
Załóżmy, że dla dowolnej listy xs Pokażemy, że .  
Zadanie 2.  
Pokaż, że funkcja append zawsze oblicza się do wartości, tzn.  
pokaż, że dla dowolnych list xs i ys istnieje lista zs taka, że   
  
Podstawa indukcji: xs - lista pusta  
Wtedy   
  
Krok indukcyjny  
Załóżmy, że dla dowolnych list xs ys istnieje lista zs taka, że   
Pokażemy, że takie, że   
   
(bo cons zwraca zawsze listę)  
  
Zatem   
  
  
  
  
  
Zadanie 8.   
Udowodnij przytoczone na wykładzie twierdzenie o wstawianiu do listy posortowanej:   
jeśli   
  
Podstawa indukcji: xs – lista pusta  
Wtedy (bo lista pusta jest zawsze posortowana)  
Załóżmy, że   
Udowodnimy   
Krok indukcyjny:  
Załóżmy, że   
Udowodnimy   
  
Najpierw wprowadzę pomocniczy Lemat (wstawianie na początek listy):  
Dla każdego elementu x i każdej listy xs zachodzi:  
Jeśli oraz to   
  
Dowód Lematu:  
Załóżmy, że A) oraz B)   
Wtedy mamy:   
Gdzie bound? to procedura z wykładu 6, zwracająca #t dla   
albo #f w przeciwnym przypadku.  
  
Oraz drugi pomocniczy Lemat2 (wstawianie elementu „w środku” listy):  
Dla każdego elementu x i każdej listy xs zachodzi:  
Jeśli i to   
  
Dowód Lematu2:  
Załóżmy, że A) oraz B)   
Wtedy mamy:   
Ponieważ to pierwsze 2 elementy są posortowane, a z wynika   
  
Dowód posortowania listy:  
Z Lematu wiemy, że wstawianie x na początek posortowanej listy zachowuje własność sorted?, więc rozważymy przypadki wstawiania elementu dla :  
Mamy 2 przypadki:  
1)   
Ponieważ   
(z Lematu) to cała lista jest posortowana.  
2)   
Ponieważ   
Wykonując te same operacje dla kolejnych elementów listy otrzymamy ostatecznie: